Le développement de la pensée algébrique dans les programmes de l'Ontario : quel potentiel et quelle trajectoire visée?

Doris JEANNOTTE
Université du Québec à Montréal/Montclair State University
jeannotte.doris@uqam.ca
Hassane Squalli
Université de Sherbrooke
hassane.squalli@usherbrooke.ca

Résumé : Depuis 2005, le programme de mathématiques de l'Ontario vise à développer la pensée algébrique chez les élèves dès le primaire, et même dès le préscolaire. Or, comprendre les implications en termes de potentiel de développement de la pensée algébrique liées aux différents choix faits par les concepteurs de ce programme ne va pas de soi, en particulier parce que la conceptualisation de ce qu'est la pensée algébrique à l'école primaire n'est pas explicitée. Cette étude vise à caractériser le potentiel de développement de la pensée algébrique à partir d'un modèle praxéologique de référence auquel on associe trois praxéologies régionales (Squalli et Jeannotte, soumis), en particulier le potentiel du domaine algèbre du programme ontarien de 2020. L'analyse du programme ontarien a permis de relever que deux de ces trois praxéologies sont explicitées dans le domaine algèbre du programme ontarien, à savoir généraliser et calculer.

Mots-clés : pensée algébrique, curriculum, modèle praxéologique, théorie anthropologique du didactique

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2022, *Numéro thématique 2* (Tome 1), p. 34-58.

The development of algebraic thinking in Ontario programs: what potential and what trajectory aimed for?

Abstract : Since 2005, the Ontario math program has aimed to develop students' algebraic thinking from elementary school and even preschool. However, understanding the implications in terms of the potential of development of algebraic thinking linked to the different choices made by the designers of this program is not straightforward, in particular because the conceptualization of what is elementary algebraic thinking is not explicit. This study aims to characterize the potential of development of algebraic thinking analysed with a praxeological model of reference to which we associate three regional praxeologies (Squalli & Jeannotte, submitted), more specifically the potential of development related to algebra domain. Analysis of the Ontario program revealed that two of these three praxeologies are explicitly targeted by the program: generalizing and calculating.

Keywords: algebraic thinking, curriculum, praxeological model, Anthropological theory of the didactic

Introduction

L'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre dans l'enseignement obligatoire sont reconnus depuis longtemps comme problématiques (Bednarz et Janvier, 1996; Chevallard, 1989; Grugeon, 1997; Jeannotte, 2005; Kieran, 1992; Pilet, 2015; Sfard, 1991; Vergnaud, 1988). Ceci a mené les recherches en didactique des mathématiques à tenter de développer une façon de favoriser l'apprentissage de l'algèbre pour tous les élèves. L'une des avenues proposées est le développement précoce de la pensée algébrique, c'est-à-dire dès le début du primaire, voire dès le préscolaire (Kaput, 1998). Cette avenue a déjà été adoptée par différentes régions du monde tels le Brésil (Ministério da Educação, 2017), les États-Unis (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010) ou encore l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020). Or, comprendre les implications en termes de potentiel de développement de la pensée algébrique des différents choix faits par les concepteurs de différents programmes ne va pas de soi. Ce projet s'inscrit au sein des travaux de l'Observatoire international de la pensée algébrique (OIPA) visant à comparer différents curriculums en lien avec le développement de la pensée algébrique afin de mieux comprendre les enjeux propres au développement de cette dernière, dès le primaire. Plus précisément, il vise à caractériser le potentiel de développement de la pensée algébrique du domaine algèbre du programme ontarien de 2020 à partir d'un modèle praxéologique de référence auquel on associe trois praxéologies régionales (Squalli et Jeannotte, soumis).

1. Problématique

Déjà en 1981, Hart proposait différents changements curriculaires pour l'introduction de l'algèbre. Ce sont, entre autres, ces recommandations qui ont guidé certains choix dans le programme de mathématiques du Québec au début des années 90 (Jeannotte, 2005). Ces recommandations s'inscrivaient dans la lignée de plusieurs programmes déjà en place et construits selon une approche transitionnelle de l'arithmétique à l'algèbre (Carraher et al., 2006). Dans cette approche, l'algèbre est vue comme une arithmétique généralisée et est donc introduite à la suite de l'arithmétique en s'appuyant sur les apprentissages réalisés dans ce domaine. Or, le passage de l'arithmétique à l'algèbre pose encore problème pour les élèves (Kieran, 1992) et d'autres approches sont explorées pour permettre à tous les élèves de réussir en algèbre.

En particulier, dans les 20 dernières années, plusieurs pays ont modifié leurs programmes pour passer d'une approche transitionnelle à une approche visant le développement précoce de la pensée algébrique dès le préscolaire. C'est le cas de l'Ontario qui, depuis 2005, a adopté un curriculum où l'algèbre apparait comme sujet d'étude dès la maternelle. Cette approche, reconnue sous le nom d'*Early Algebra* vise à enrichir les contenus mathématiques enseignés au primaire et à approfondir davantage certains notions et concepts mathématiques, par exemple les concepts d'opération, d'égalité et d'équation.

En outre, selon Kaput (1998) cette approche apporterait au curriculum une cohérence longitudinale en permettant une meilleure transition primaire-secondaire. Il va jusqu'à dire qu'il faut « algébriser » les mathématiques scolaires afin de répondre aux besoins du 21e siècle. Selon lui, ce changement non seulement apportera une cohérence aux curriculums, mais développera des habitudes de pensée.

1.1 Pourquoi étudier les curriculums?

Quoique les choix faits par les concepteurs de manuels et par les enseignants s'expliquent en partie par l'interprétation qu'ils se font des programmes de formation (Larguier, 2019), les conditions que peut mettre en place la personne enseignante et les contraintes qui façonnent son agir sont aussi contingentés par les institutions dans lesquelles elle s'inscrit. Mieux comprendre les structures des programmes qui visent le développement de la pensée algébrique dès le primaire permet ainsi de mieux comprendre le potentiel de développement de cette dernière. Mais que signifie développer la pensée algébrique dès le primaire? Comment les programmes qui relèvent de ce choix, en particulier celui de l'Ontario, sont-ils structurés?

2. La pensée algébrique

Notre cadre de référence de l'algèbre et de la pensée algébrique est basé sur les travaux de Squalli (2000; 2015). Cette conceptualisation est en cohérence avec l'idée que la pensée peut être approchée comme une pratique réflexive (Radford, 2011, 2015), c'est-à-dire une synthèse d'une pratique sociale. La pensée, au sens anthropologique, est ainsi définie comme une possibilité d'agir, de réfléchir d'une manière particulière qui a le potentiel de s'actualiser chez le sujet pensant.

En considérant les mathématiques comme une activité humaine, l'algèbre peut être vue comme un ensemble d'activités mathématiques où interviennent des **opérations** (lois de composition, internes ou externes, binaires ou n-aires)**,** pouvant être de nature quelconque (addition, multiplication, rotation, composition, etc.), mais répétées un nombre fini de fois. Ainsi, le concept central de l'algèbre est l'opération. En effet, si l'arithmétique peut être qualifiée comme la science des nombres, l'algèbre devrait être qualifiée comme la science des opérations. Ainsi, dès qu'est donné un ensemble sur lequel une opération est définie, il y a système algébrique. On peut alors faire du calcul dans ce système grâce à la dynamique créée par l'opération. Un élément d'un tel système s'appelle alors nombre. Un nombre en arithmétique devient un nombre en algèbre lorsque l'on ne le regarde plus comme représentant une quantité, une position ou une grandeur, mais comme un élément d'un système algébrique, c'est-à-dire un élément relié à d'autres éléments par un réseau de relations fondées sur les propriétés des opérations. Par exemple, avec une pensée algébrique, nous dirons que l'égalité « 3 + 5 = 5 + 3 » est vraie non pas parce que chacun de ses membres vaut 8, mais par commutativité de l'addition. Ces activités sont marquées par une manière de penser – la **pensée algébrique** (Squalli, 2000; 2015).

Ainsi, le concept central de l'algèbre est l'opération. La pensée algébrique, elle, se déploie au moyen :

- D'un ensemble de raisonnements particuliers (comme généraliser, raisonner de manière analytique, symboliser et opérer sur des symboles ; exprimer, interpréter, raisonner sur des relations entre variables, en particulier des relations fonctionnelles, raisonner en termes de structures, etc.) ;
- Des manières d'approcher des concepts en jeu dans les activités algébriques (par exemple, voir l'égalité comme une relation d'équivalence, laisser les opérations en suspens, voir une expression numérique comme un objet en soi et non uniquement comme une chaine de calcul, etc.) ;
- Des modes de représentation et des manières d'opérer sur ces représentations.

La pensée algébrique est donc associée à différentes tendances de l'esprit et le raisonnement algébrique est une opérationnalisation de cette tendance en relation avec les autres composantes, c'est-à-dire les concepts et représentations.

Cette conceptualisation se positionne dans la lignée des travaux anglo-saxons du mouvement *Early Algebra* (par exemple Kaput, 1998) qui permet d'aborder le développement de la pensée algébrique dès le primaire, en concomitance avec d'autres pensées mathématiques.

3. Méthodologie

Dans le cadre des travaux de l'OIPA, Bronner et Larguier (2018) ont développé une méthodologie d'analyse de curriculums officiels. Cette méthodologie s'appuie sur la théorie anthropologique du didactique (TAD) introduite par Chevallard (1999). En particulier, elle se base sur une étude écologique via les niveaux de codétermination didactique. En effet, les mathématiques, et plus spécifiquement la pensée algébrique, ne peuvent être étudiées comme si elles étaient indépendantes de la société dans laquelle elles sont apprises. Comme cette méthodologie permet entre autres de dégager dans les textes institutionnels des éléments pouvant potentiellement favoriser le développement de la pensée algébrique, elle nous est apparue comme un choix pertinent. Elle se décline en trois phases.

Avant, toute chose, il est nécessaire de développer un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique (MPRPA). C'est ce que Bronner et Larguier (2018) nomment la phase 0. Rappelons que dans le cadre de la TAD, une praxéologie est un quadruplet de quatre éléments articulés : type de tâches (T), technique (τ), technologie (θ), théorie (Θ). Selon ce modèle, toute tâche t est accomplie au moyen d'une technique τ (une manière de réaliser t). Chaque technique est justifiée par une technologie θ (un discours rationnel qui permet d'expliquer et de justifier la technique). Finalement, toute technologie repose elle-même sur les fondements d'une théorie Θ (Chevallard, 1999). Le MPRPA présenté à la section 3.1 correspond au résultat de cette première phase.

La phase 1 fait référence au repérage des instances et des textes officiels afin d'identifier les données à analyser. On doit ici décrire les différents niveaux de codétermination (société, école, pédagogie, discipline, domaine, etc.) qui déterminent les conditions et contraintes de diffusions des praxéologies humaines (Chevallard, 2013). Les systèmes scolaires n'étant pas tous structurés de la même manière, cette phase permet par la suite de comparer des résultats entre pays. Selon Larguier (2019), on se demandera alors (niveau société) par qui est produit le curriculum, s'il a force de loi, s'il est accompagné par d'autres textes. Au point de vue de l'école, on précisera la formation des enseignants, les années scolaires, l'âge des enfants. Au point de vue de la pédagogie, on précisera le nombre d'heures prescrit, l'approche privilégiée, toute information permettant de mieux comprendre les conditions et contraintes de l'apprentissage mathématique.

La phase 2 correspond à l'analyse du programme proprement dit. Les éléments relatifs aux différentes praxéologies mathématiques et didactiques sont analysés en étudiant les questions suivantes :

- Quelles sont les praxéologies (au sens de la TAD) complètes[1] ou non et quelles sont les situations potentiellement pertinentes pour développer la pensée algébrique en précisant s'il s'agit d'éléments explicites ou non?
- Quelles sont les raisons d'être (épistémologiques et/ou didactiques) des genres de tâches ou des situations repérées précédemment? Autrement dit, qu'est-ce qui les motive?
- Des éléments d'organisation didactique apparaissent-ils et, si oui, lesquels? (Bronner et Larguier, 2018, p. 237)

Étant donné que les programmes ne donnent que peu sinon aucune indication sur les raisons d'être des genres de tâches et sur les éléments d'organisation didactiques, ce texte se centre sur la première question et ne prend pas en compte la complétude des praxéologies.

3.1 Phase 0 : Un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique

Le MPRPA utilisé pour analyser le potentiel de développement de la pensée algébrique dans les documents institutionnels consultés s'appuie sur la définition de la pensée algébrique présentée à la section 2. La théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) définit quatre niveaux de praxéologie, ce qui correspond à quatre façons de structurer l'enseignement d'activité humaine : 1) le niveau discipline ; 2) le niveau domaine ou praxéologie globale; 3) le niveau secteur ou praxéologie régionale; et 4) le niveau thème ou praxéologie locale [PL]. Habituellement, l'analyse des programmes proposée se fait en lien avec un domaine spécifique, par exemple l'algèbre, ou un concept particulier, tels les proportions et rapports. Or, l'objectif ici est l'étude du potentiel de développement de la pensée algébrique, ce qui ne correspond pas tout à fait à ce que Chevallard définit comme un domaine mathématique (praxéologie globale). Nous stipulons que la pensée algébrique, en tant qu'une manière de penser dans des activités algébriques, peut être considérée comme une praxéologie globale de la discipline

---

1 Une praxéologie complète fait référence au quadruplet (T, τ, θ, Θ).

mathématique puisque cette pensée est régie par certaines règles spécifiques du jeu algébrique, propre d'une théorie (Θ). Ce sont les tendances de la pensée algébrique qui seront opérationnalisées selon ses différentes composantes. Ainsi, le MPRPA proposé associe trois praxéologies régionales de la pensée algébrique : généraliser, modéliser et calculer, elles-mêmes structurées autour de différentes praxéologies locales et praxéologies ponctuelles ou genres de tâches (voir figure 1). Ces trois praxéologies régionales, en cohérence avec la conceptualisation de la pensée algébrique présentée plus haut, ont été dégagées d'une analyse du développement historique de l'algèbre par Squalli (2000).

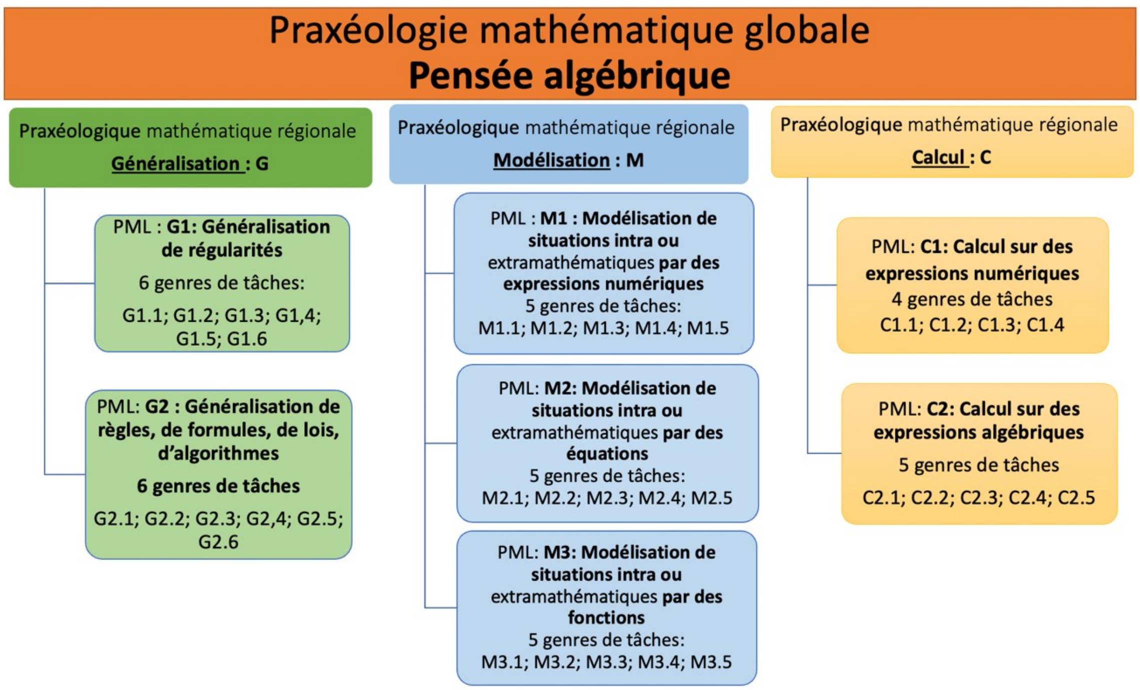


Figure 1. MPRPA (Squalli et Jeannotte, soumis)

3.1.1 Praxéologie régionale : Généraliser

Généraliser est un aspect essentiel de la pensée algébrique. Pour Squalli (2000), comme mentionné plus haut, la pensée algébrique se déploie à partir d'un ensemble de raisonnements particuliers dont généraliser fait partie. Généraliser en tant que processus de raisonnement mathématique permet d'élargir le domaine de validité d'un énoncé (Jeannotte, 2015), l'énoncé pouvant porter sur une régularité. Spécifions que toute généralisation n'est pas algébrique. Radford (2006) souligne, par exemple, que certaines généralisations sont arithmétiques, d'autres algébriques. Pour Radford, ce qui distingue les généralisations arithmétiques des généralisations algébriques est le fait que les dernières mènent à un objet qui prend la forme d'une règle permettant de générer n'importe quel terme d'une suite. Ouvrant à d'autres activités de généralisation que les suites, Squalli et Jeannotte (soumis) précisent la distinction entre une généralisation arithmétique et une généralisation algébrique. La première est de nature empirique : la régularité est observée à partir des caractéristiques empiriques de quelques cas particuliers et étendue à tous les cas par un raisonnement inductif. Par exemple, l'énoncé général « dans l'ensemble des nombres naturels l'addition est commutative, soit n + m = m + n pour n et m entiers naturels » est constaté par calcul pour des valeurs déterminées de n et m : les valeurs nombrantes de n + m et de m + n sont identiques puis étendue à toutes les valeurs de n et m. La seconde est de nature théorique, les arguments sont de nature intellectuelle.

> Par exemple, étant données deux collections d'objets A et B de cardinal n et m, respectivement. Calculer $n + m$ revient à ajouter m objets de la collection B aux n objets de la collection A et à dénombrer le tout. Calculer $m + n$ revient à ajouter les n objets de la collection A aux m objets de la collection B et à dénombrer le tout. On s'aperçoit que les deux opérations de réunion des deux collections forment le même tout. Une réflexion sur ces opérations – sans effectuer de dénombrements – conduirait à comprendre que ces opérations ne dépendent pas des cardinaux des deux collections. Le cas de ces deux collections devient alors *prototypique* de toutes les paires de collections possibles. La généralisation s'appuie alors sur les opérations du sujet et non uniquement sur les observables. (Squalli et Jeannotte, soumis)

On pourrait par exemple imaginer une activité où des élèves travaillent avec des réglettes Cuisenaire qui représentent des nombres quelconques et dégagent cet argument algébrique, c'est-à-dire un argument où l'unité associée à la réglette ne joue pas un rôle.

Dans la praxéologie régionale généraliser, l'élève travaille essentiellement sur un nombre généralisé qu'il représente à l'aide d'un mot, d'un symbole conventionnel ou non, d'un exemple générique. La praxéologie régionale généraliser se décline en deux PL : G1 généraliser des régularités et G2 généraliser des lois, des règles et des algorithmes. Chacune se décline ensuite en genres de tâches selon la nature des objets mathématiques associés.

G1, généraliser des régularités est spécifiquement associé à l'étude des suites numériques et non numériques. Cette PL se décline en six genres de tâches selon qu'il s'agit d'une suite numérique ou non à motif répété, d'une suite numérique à motif croissant ou d'une suite numérique à motif décroissant. G2[2], généraliser des lois, des règles et des algorithmes, se déclinent aussi en six genres de tâches (voir figure 2)

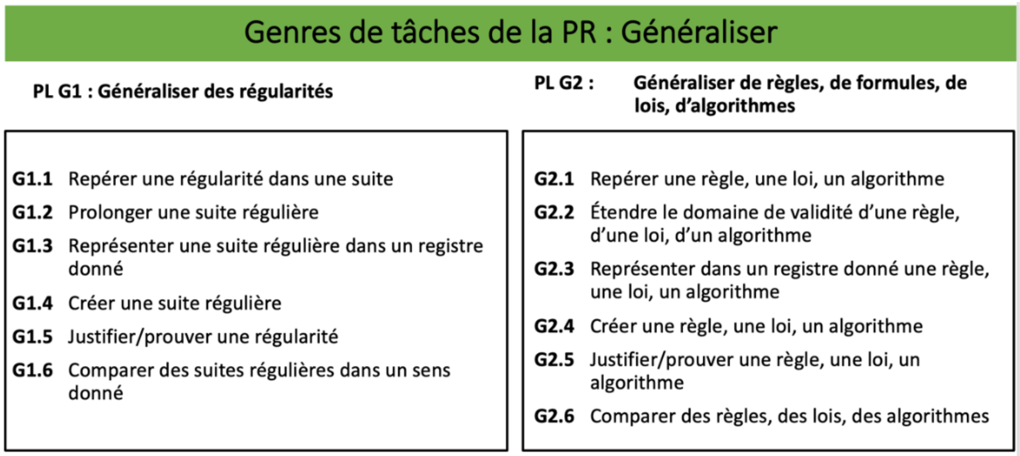


Figure 2. PR généraliser

3.1.2 Praxéologie régionale : Modéliser

Modéliser (algébriquement) est une seconde activité centrale à la pensée algébrique. Nous utilisons la notion de modélisation de manière large, incluant les genres de tâches de mathématisation, par exemple la résolution de problèmes mathématiques en contextes. Elle peut avoir lieu dans des situations intra ou extramathématiques. Ainsi, la situation de départ, qu'elle soit mathématique ou non, devra être idéalisée pour ensuite être modélisée à l'aide d'un modèle algébrique, c'est-à-dire que le modèle comprend une expression faisant intervenir un nombre fini d'opérations, des nombres déterminés et non déterminés.

Modéliser se décline en trois PL : M1 modéliser des situations intra ou extramathématiques par des expressions numériques, M2 modéliser des situations intra ou extramathématiques par des équations et M3 modéliser des situations intra ou extramathématiques par des fonctions. Chacune des PL se décline en cinq genres de tâches (voir figure 3)

---

[2] Pour des exemples de genre de tâches, voir Squalli et Jeannotte (soumis)

Genres de tâches de la PR: Modéliser

M1 : Modéliser de situations par des expressions numériques

- **M1.1** Résoudre une situation se modélisant par une expression numérique
- **M1.2** Reconnaître une expression numérique modélisant une situation donnée
- **M1.3.** Déterminer et représenter une expression numérique modélisant une situation donnée
- **M1.4** Opérer sur une expression numérique modélisant une situation en vue de dégager des résultats ou des conclusions en lien avec la situation
- **M1.5** Créer une situation se modélisant par une expression numérique donnée

M2 : Modéliser de situations par des équations impliquant des inconnues

- **M2.1** Résoudre une situation se modélisant par une équation faisant intervenir une ou des inconnues
- **M2.2** Reconnaître une équation impliquant des inconnues modélisant une situation donnée
- **M2.3** Déterminer et représenter dans un registre donné une équation impliquant des inconnues modélisant une situation donnée
- **M2.4** Opérer sur une équation impliquant des inconnues modélisant une situation en vue de dégager des résultats ou des conclusions en lien avec la situation
- **M2.5** Créer une situation se modélisant par une équation donnée, impliquant des inconnues

M3 : Modéliser de situations par des relations fonctionnelles

- **M3.1** Résoudre un problème associé à une situation se modélisant par une relation fonctionnelle
- **M3.2** Reconnaître une relation fonctionnelle modélisant une situation donnée
- **M3.3** Déterminer et représenter dans un registre quelconque une relation fonctionnelle modélisant une situation donnée
- **M3.4** Opérer sur le modèle fonctionnel d'une situation en vue de dégager des résultats ou des conclusions en lien avec la situation
- **M3.5** Créer une situation se modélisant par une relation fonctionnelle donnée

Figure 3. PR modéliser

3.1.3 Praxéologie régionale : Calculer

Enfin, l'algèbre est aussi associée à une activité de calcul sur des expressions et des équations qui se distingue du calcul arithmétique. Le calcul arithmétique avance par exécution des opérations et des calculs sur des valeurs nombrantes pour arriver à un résultat sous forme d'un nombre simple. Le calcul algébrique, pour sa part, avance par des transformations des expressions et des équations en laissant les opérations en suspens et en utilisant les propriétés des opérations et des relations. On distingue deux PL liées à la PR Calculer : C1 Calculer sur des expressions numériques se décline en quatre genres de tâches. C2 Calculer sur des expressions algébriques se décline pour sa part en six genres de tâches (voir figure 4).

Genres de tâches de la PR : Calculer

PL C1 : Calculer sur des expressions numériques

- **C1.1** Transformer une expression numérique pour arriver à un nombre unique en utilisant un calcul réfléchi.
- **C1.2** Sans calculer sa valeur, transformer une expression numérique pour obtenir une expression numérique équivalente, dans une optique donnée
- **C1.3** Établir l'équivalence d'expressions numériques données, sans calculer leurs valeurs.
- **C1.4** Transformer une égalité en une autre équivalente, sans calculer les valeurs des expressions en jeu, dans une optique donnée

PL C2 : Calculer sur des expressions algébriques

- **C2.1** Résoudre une équation algébrique représentée dans un registre donné.
- **C2.2** Transformer une expression algébrique en une autre équivalente dans un même registre ou dans un registre différent, dans une optique donnée.
- **C2.3** Établir l'équivalence d'expressions algébriques dans un même registre ou dans un registre différent.
- **C2.4** Transformer une équation en une autre équivalente dans un même registre ou dans un registre différent, dans une optique donnée.
- **C2.5** Additionner-soustraire-multiplier-diviser des expressions polynômiales
- **C2.6** Calculer la valeur numérique que prend une expression algébrique en un ou des nombres déterminés.

Figure 4. PR calculer

3.2 Phase 1 : La construction du corpus de données

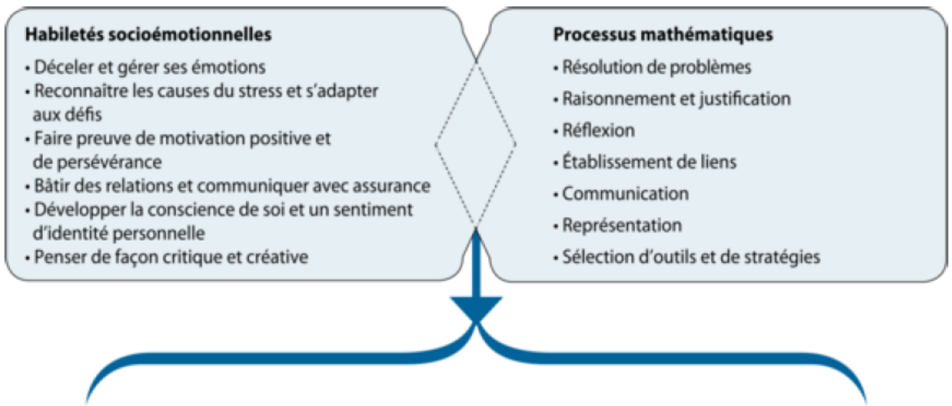
La phase 1 demande de décrire les différents niveaux de codétermination (société, école, pédagogie, discipline, domaine, etc.) qui déterminent les conditions et contraintes de diffusions des praxéologies humaines. Ceci aidera ultérieure la comparaison de différents programmes.

Au Canada, l'éducation relève des gouvernements provinciaux. L'éducation mathématique en Ontario est donc sous la tutelle du ministère de l'Éducation de l'Ontario. Le système scolaire ontarien se compose de trois paliers, après la maternelle et le jardin d'enfants. L'élève débute la 1re année du primaire à l'âge de 6 ans (âge atteint au plus tard au premier jour de classe). Le palier du primaire couvre les 8 premières années d'études et le palier du secondaire s'étend de la 9e année à la 12e année d'études puis vient le palier du postsecondaire.

Au niveau des écoles physiques, il y a deux cas de figure pour le primaire. Le premier est de retrouver des élèves de la 1re à la 8e année dans une même école. Le second est de retrouver les trois dernières années du primaire (6e à 8e) dans une école différente. Ces deux cas de figure entrainent des conditions différentes quant à la possible collaboration entre personnes enseignantes d'un niveau scolaire à l'autre.

Au niveau de la formation, l'enseignant de mathématiques est un généraliste pour les cinq premières années du primaire. Pour les trois dernières années du palier primaire, l'enseignant de mathématiques peut être un spécialiste ou un généraliste. La loi de 2016 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2016) prescrit 300 minutes par cycle de cinq jours à raison d'au moins 40 minutes par jour à l'enseignement dit efficace des mathématiques. « Ces blocs réservés à un enseignement ciblé [des mathématiques] permettront… de développer une communauté et une culture de pratique mathématique et de résolution de problèmes, qui ensemble aident les élèves à développer leur compétence » (p. 31).

Le programme de mathématique (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020) contient les huit années du primaire dans un même document. Il existe des documents d'accompagnement, mais ces derniers ne sont pas prescrits. Dès 2005, l'Ontario faisait le choix d'introduire un domaine algèbre et modélisation dès la 1re année du primaire (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005). En septembre 2020, un nouveau programme-cadre de mathématique de la 1re à la 8e année a remplacé celui qui était en place depuis 2005. Il est structuré autour de six domaines d'études interreliés, mais présentés de façon distincte. Le premier est nouveau par rapport à la version de 2005 et transversal aux cinq autres. Il réfère à un ensemble d'habiletés socioémotionnelles et de processus mathématiques qui sont enseignés et évalués dans les cinq autres domaines d'études (voir figure 5). Les autres domaines sont Nombres, Algèbre, Données (contient la statistique et les probabilités), Sens de l'espace (contient la géométrie et la mesure) et Littératie financière. Chacun des domaines est décliné en un certain nombre d'attentes, lesquelles sont liées à différents contenus mathématiques.



Domaine d'étude B : Nombres	Domaine d'étude C : Algèbre	Domaine d'étude D : Données	Domaine d'étude E : Sens de l'espace	Domaine d'étude F : Littératie financière
B1. Sens du nombre • nombres naturels • nombres rationnels et nombres irrationnels • fractions, nombres décimaux et pourcentages **B2. Sens des opérations** • propriétés et relations • faits numériques • calcul mental • addition, soustraction • multiplication et division	**C1. Suites et relations** • suites **C2. Équations et inégalités** • variables et expressions • relations d'égalité et d'inégalité **C3. Codage** • habiletés en codage **C4. Modélisation mathématique**	**D1. Littératie statistique** • collecte et organisation des données • visualisation des données • analyse des données **D2. Probabilité**	**E1. Raisonnement géométrique et spatial** • raisonnement géométrique • position et déplacement **E2. Sens de la mesure** • attribut • temps • longueur • masse, capacité et volume • aire et aire totale • système métrique • droites et angles • cercles	**1re À 3e ANNÉE :** **F1. Argent** • concepts monétaires **4e À 8e ANNÉE :** **F1. Finances** • concepts monétaires • gestion financière • sensibilisation à la consommation et au civisme

Figure 5. Les six domaines d'étude du programme ontarien
(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 93)

Si l'on regarde plus spécifiquement le domaine de l'algèbre, on remarque premièrement que le nom du domaine est passé de Modélisation et Algèbre en 2005 à seulement Algèbre en 2020, la modélisation étant maintenant une attente du domaine algèbre. Quoique le mot modélisation ait disparu du titre, le programme-cadre donne une grande importance à la modélisation mathématique dans le domaine algèbre. Ainsi, ce dernier est composé de quatre attentes nommées : suites et relations, équations et inégalités, codage et modélisation mathématique. Contrairement aux trois autres, la modélisation n'a pas de contenu spécifique qui lui est associé. Ce choix est justifié par les concepteurs par le fait que :

> [L]a modélisation mathématique est un processus itératif et interconnecté qui, lorsque mis en application dans divers contextes, permet aux élèves de transférer des apprentissages effectués dans d'autres domaines d'études. L'évaluation porte sur la manifestation par l'élève de son apprentissage du processus de modélisation mathématique dans le contexte des concepts et des connaissances acquis dans les autres domaines. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020 p. 148)

3.3 Phase 2 : L'analyse du corpus

Le choix d'intégrer dans le curriculum ontarien le développement de la pensée algébrique dès le primaire s'est concrétisé par l'apparition d'un nouveau domaine d'étude dans le programme de mathématiques du primaire appelé Algèbre. Bien que nous ne nions pas que la pensée algébrique puisse aussi se développer dans des activités en lien avec d'autres domaines d'étude, en particulier dans les domaines Nombres et Sens de l'espace, nous avons choisi de concentrer notre analyse sur le domaine d'étude Algèbre en tant qu'habitat institutionnel de la praxéologie globale pensée algébrique Il s'agit évidemment d'un domaine nouveau dans les curriculums qui se situent dans la perspective *Early Algebra*. Mieux comprendre le genre de tâches qu'on y retrouve permettra par le fait même de mieux comprendre ce qui est entendu par pensée algébrique par les concepteurs du programme. L'analyse du corpus a été faite par le repérage des praxéologies régionales, locales et des genres de tâches. Plusieurs des attentes du domaine algèbre ont été liées à l'une des praxéologies régionales puis locales. Enfin, les énoncés de contenu associé à chacune des attentes ont servi au repérage de genres de tâches.

3.3.1 Un retour sur les éléments liés à la pensée algébrique

Un élément particulier à souligner est que, quoiqu'on reconnaisse des éléments liés à la pensée algébrique telle que nous l'avons conceptualisée, le terme « pensée algébrique » ne figure qu'une seule fois dans tout le document du programme de formation ontarien. Le terme « raisonnement algébrique » est pour sa part vu comme un type de raisonnement mathématique et est donc plus spécifique que celui de pensée algébrique. « Pensée algébrique » apparait dans une remarque qui suit le contenu d'apprentissage C1.2 : « La comparaison et l'utilisation de différentes représentations pour communiquer sa compréhension sont des composantes essentielles au développement de la pensée algébrique » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 178). En revanche, le texte du programme réfère à d'autres types de pensée mathématiques : mathématique, récursive, fonctionnelle, additive, multiplicative :

> Elles et ils [les élèves] développent la pensée récursive et fonctionnelle, ainsi que la pensée additive et multiplicative, en travaillant avec des suites linéaires, et utilisent ces types de pensée pour déterminer les règles et trouver la valeur des inconnues. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 100)

Les termes « pensée fonctionnelle » et « pensée récursive » sont même définis dans le glossaire fourni à la fin du programme :

> Pensée fonctionnelle : Type de raisonnement qui met l'accent sur les relations entre deux variables. Voir aussi Pensée récursive.
>
> Pensée récursive : Type de raisonnement qui met l'accent sur la relation entre un terme et le suivant. Voir aussi Pensée fonctionnelle. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 561)

Il semble paradoxal que la pensée algébrique soit le concept structurant du domaine algébrique, mais que ce choix n'ait pas mené à expliciter ce qui est entendu par pensée algébrique. En fait, on peut penser que la conceptualisation de la pensée algébrique n'est pas encore aboutie. Ainsi, il est difficile de comprendre pleinement les raisons d'être des différents genres de tâches.

4. Résultats

L'analyse du programme ontarien permet de dégager des genres de tâches qui appartiennent principalement à deux des trois praxéologies régionales à savoir généraliser et calculer. En effet, les concepteurs du programme ont choisi de ne pas spécifier de contenu spécifique pour l'attente modélisation en argumentant que la modélisation était une activité transversale à toute activité algébrique.

4.1 La place de la praxéologie modéliser

L'attente liée à la modélisation mathématique propre au domaine Algèbre fait référence à la mise en application du « processus de modélisation mathématique pour représenter et analyser des situations de la vie quotidienne, ainsi que pour faire des prédictions et fournir des renseignements à leur sujet » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 148). Par rapport à notre MPRPA, le programme considère uniquement les situations extramathématiques (« cadre non mathématique »). Le programme précise que le processus doit comporter quatre étapes « interreliées et itératives : la compréhension du problème, l'analyse de la situation, la création d'un modèle mathématique ainsi que l'analyse et l'évaluation du modèle » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 148). En fait, notre analyse n'a dégagé que deux genres de tâches explicitement liés à modéliser. Il s'agit du premier contenu d'apprentissage lié à l'attente « 2. Démontrer sa compréhension des variables, des expressions, des égalités et des inégalités et mettre en application cette compréhension dans divers contextes » de la 1re à la 5e année du primaire. Voici la description de ce contenu (Voir Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020) :

- 1re année : déterminer les quantités qui peuvent changer et celles qui restent toujours les mêmes dans des situations de la vie quotidienne;
- 2e année : décrire des façons et des situations où des symboles sont utilisés comme variables;
- 3e année : décrire de quelles façons les variables sont utilisées, et les utiliser de manière appropriée dans une variété de contextes;
- 4e année : déterminer et utiliser des symboles comme variables dans des expressions et des équations;
- 5e année : décrire des relations d'équivalence à l'aide de mots, d'expressions algébriques et de représentations visuelles, et établir les liens entre les représentations.

Ce contenu, pour la 1re à la 3e année, peut être associé au genre de tâches M3.2 – Reconnaitre une relation fonctionnelle modélisant une situation et, pour la 4e et 5e année au genre de tâches M3.3 – Déterminer et représenter dans un registre donné une relation fonctionnelle modélisant une situation. Le mot variable est ici ce qui nous pousse à associer ce contenu à la PL Modéliser à l'aide de relations fonctionnelles. Toutefois, l'expression dans « divers contextes » nous apparait référer implicitement à la praxéologie régionale modéliser dans son ensemble. Ces divers contextes pourraient amener l'élève à modéliser une situation à partir d'une expression numérique, d'une équation algébrique ou d'une fonction.

4.2 La place de la praxéologie généraliser

Les genres de tâches liés explicitement à généraliser portent spécifiquement sur la praxéologie locale G1 – généraliser des régularités – et se trouvent liés à l'attente « 1.Reconnaitre, décrire, prolonger et créer une variété de suites, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne, et faire des prédictions à leur sujet » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 142). Cinq des six genres de tâches (de G1.1 à G1.5) sont abordés dès la 1re année du primaire. Le sixième genre de tâches – comparer des suites régulières – est pour sa part abordé dès la 2e année.

Les concepteurs ont donc privilégié ici l'entrée dans la généralisation algébrique via le concept de suite plutôt que la seconde PL généraliser des règles, des formules, des lois, des algorithmes. L'attente « 3. Résoudre des problèmes et créer des représentations de situations mathématiques de façons computationnelles à l'aide de concepts et d'habiletés en codage » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 146) apparait comme un habitat intéressant pour travailler les genres de tâches qui appartiennent à la PL G2. En effet, les travaux de Briant (2013, voir aussi Briant et Bronner, 2015) montrent bien les liens entre pensée algébrique et pensée algorithmique : « l'algorithmique et la programmation forment un micromonde pour le domaine algébrique, où il est possible d'explorer et d'expérimenter sur des objets de l'algèbre comme s'ils étaient des objets matériels. Ceci renforce une entrée dans la pensée algébrique » (Briant et Bronner, 2015, p. 244). Malheureusement, la formulation des attentes dans le programme ne permet pas de conclure.

4.3 La place de la praxéologie calculer

En lien avec la praxéologie régionale – Calculer, on retrouve des genres de tâches autant sur le calcul sur des expressions numériques qu'algébriques. Cette praxéologie régionale est liée à l'attente « 2. Démontrer sa compréhension des variables, des expressions et des inégalités et mettre en application cette compréhension dans divers contextes » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 145).

Les cinq premières années du primaire proposent des genres de tâches liés à la praxéologie locale C1 – Calculer sur des expressions numériques. Sur les quatre genres de tâches associés à cette praxéologie, deux se retrouvent dans le domaine algèbre. Le premier C1.1 – Transformer une expression numérique pour arriver à un nombre unique en utilisant un calcul réfléchi – n'a pas été retenu par les concepteurs du programme comme faisant partie du domaine algèbre. De même, le genre de tâches C1.4 – Transformer une égalité en une autre équivalente – n'est pas présent. Notons que cela ne signifie pas qu'ils ne se retrouvent pas ailleurs, dans un autre domaine du programme.

Un changement s'opère à partir de la 4e année du primaire avec la disparition de cette praxéologie locale (C1 – Calculer sur des expressions numériques) et l'apparition des genres de tâches liés à la praxéologie locale (C2 – Calculer sur des expressions algébriques). Trois des six genres de tâches associés à cette PL ont été repérés : C2.1 – Résoudre une équation algébrique représentée dans un registre donné, C2.5 – Opérer sur des expressions polynomiales et C2.6 – Calculer la valeur numérique que prend une expression algébrique en un ou des nombres déterminés.

4.4 Une trajectoire de développement de la PA

La visite de différents genres de tâches par les élèves tout au long de leur scolarité leur permettra de développer leur pensée algébrique, c'est-à-dire de développer des tendances propres à la pensée algébrique. En effet, les genres de tâches et l'ordre de rencontre de ces dernières offrent une certaine trajectoire de développement de cette pensée, en orientant ces tendances. C'est une façon d'organiser le potentiel culturel de cette pratique réflexive. On peut penser qu'il ne s'agit pas de la seule façon. D'une certaine manière, cette organisation des tâches à travers les différentes années scolaires est un élément de l'organisation didactique du programme. Les concepteurs ont choisi que certains genres de tâches seront rencontrés et qu'ils le seront dans un certain ordre.

D'une part, le domaine d'étude Algèbre est explicitement structuré autour de deux des trois praxéologies régionales selon une certaine trajectoire de développement de la pensée algébrique : « Dans ce domaine d'étude, les élèves développent leur raisonnement algébrique en travaillant avec des suites, des variables, des expressions, des équations, des inégalités, du codage, et en faisant usage de la modélisation mathématique » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 100). Dans la citation précédente, c'est bien le développement de la pensée algébrique qui est l'enjeu à travers ses trois dimensions décrites à la section 2.1 de ce texte, à savoir raisonnement, conceptualisation et symbolisation. En effet, ce travail « avec » les suites, variables, expression, équations se fait à l'aide de raisonnements particuliers comme généraliser, symboliser, raisonner sur des relations et en termes de structures. Ce travail « avec » demande des manières algébriques de penser et des modes de représentation particuliers.

D'autre part, la trajectoire de développement est explicitée sous forme de progressions des genres de tâches tout au long des 8 années d'études.

La figure 6 présente un exemple de cette progression pour le contenu d'apprentissage 1.1 – Suites. Le contenu 1.1 est principalement associé au genre de tâches G1.1 – repérer une régularité dans une suite. Dès la première année du primaire, l'élève doit apprendre à repérer une régularité (reconnaitre et décrire) dans toutes sortes de suites sans spécifier le type de suite (numérique ou non) ni le type de description visée.

1re année	2e année	3e année	4e année
Suites			
C1.1 reconnaître et décrire les règles dans une variété de suites, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne.	**C1.1** reconnaître et décrire une variété de suites non numériques, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne.	**C1.1** reconnaître et décrire les éléments et les opérations qui se répètent dans diverses suites (numériques et non numériques), y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne.	**C1.1** reconnaître et décrire des suites à motif répété et des suites croissantes, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne.

5e année	6e année	7e année	8e année
C1.1 reconnaître et décrire des suites à motif répété ainsi que des suites croissantes et des suites décroissantes, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne.	**C1.1** reconnaître et décrire des suites à motif répété ainsi que des suites croissantes et des suites décroissantes, y compris celles trouvées dans la vie quotidienne, et déterminer lesquelles sont des suites croissantes linéaires.	**C1.1** reconnaître et comparer une variété de suites à motif répété, de suites croissantes et de suites décroissantes, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne, et comparer les suites croissantes linéaires selon leurs taux constants et leurs valeurs initiales.	**C1.1** reconnaître et comparer une variété de suites à motif répété, de suites croissantes et de suites décroissantes, y compris des suites trouvées dans la vie quotidienne, et comparer des suites croissantes linéaires et des suites décroissantes selon leurs taux constants et leurs valeurs initiales.

Figure 6. Progression du contenu d'apprentissage 1.1 –
Suites de la 1re à la 8e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2020, p. 1)

Ensuite, on spécifie que les suites à l'étude sont non numériques. En troisième lieu, la description visée est en termes de similitude : décrire les éléments et les opérations qui se répètent. On ajoute aussi l'étude des suites numériques. En quatrième lieu, l'étude des suites à motif répété et à motif croissant est spécifiée. Puis, on ajoute les suites décroissantes en 5e année et les suites croissantes linéaires en 6e année. En 7e année, le contenu d'apprentissage est légèrement modifié pour inclure un second genre de tâche, à savoir G1.6 – comparer des suites régulières dans un sens donné. Cette comparaison se fera en termes de taux de variations et d'ordonnée à l'origine pour des suites croissantes linéaires en 7e année et pour des suites croissantes linéaires et décroissantes en 8e année.

Pour ce contenu d'apprentissage, la trajectoire de développement se fait ainsi selon deux axes : 1) selon l'objet mathématique traité (le type de suite à l'étude) et 2) selon les caractéristiques mathématiques à prendre en compte dans les raisonnements mis en place (repérage d'éléments ou d'opérations qui se répètent, taux de variations et ordonnées à l'origine).

4.4.1. La contribution de la praxéologie régionale généraliser

La praxéologie régionale généraliser contribue à la trajectoire de développement de la pensée algébrique uniquement via PL généraliser des régularités. On voit une progression dans le type de suite étudié, le type de nombres impliqués (naturels dès la 1re année, décimaux en 4e, entiers en 7e et rationnels en 8e) et les éléments à prendre en compte dans les raisonnements mis en place. On spécifie l'introduction de certaines représentations dès la 3e année pour la création de suite à l'aide de tableaux de valeur en 3e, de représentations graphiques en 4e, d'expressions symboliques en 6e. Lorsqu'introduites, ces différentes représentations serviront pour effectuer différents genres de tâches : G1.2 – prolonger des suites, G1.5 – justifier des prédictions et trouver des termes manquants, tout au long du primaire. Notons aussi que le vocabulaire change en 6e année. En effet, on ne parle plus seulement de termes manquants, mais de valeurs inconnues lorsqu'on introduit les suites croissantes linéaires. On semble alors s'approcher davantage de la praxéologie régionale M3 – modéliser par des fonctions.

4.4.2. La contribution de la praxéologie régionale calculer

La praxéologie régionale C – calculer – contribue au développement de la pensée algébrique via ses deux PL associées, avec transition marquée de C1 vers C2 à partir de la 4e année du primaire. En effet, on ne retrouve aucun genre de tâches lié à C1 en 4e ni à partir de la 6e. Les genres de tâches associés à C2 débutent en 4e année avec la résolution d'équations comprenant des nombres naturels jusqu'à 50 que nous associons à C2.1 – résoudre une équation représentée dans un registre donné. On passe d'un travail sur l'équivalence d'expressions numériques jusqu'en 3e (C1.2 et C1.3) à un travail sur l'équivalence et l'évaluation d'expressions algébriques à partir de la 5e année (C2.2, C2.3 et C2.6). Ainsi, les raisonnements sur l'équivalence se font sur de nouveaux objets mathématiques, ce qui mène aussi à l'introduction d'un genre de tâches qu'on ne retrouvait pas dans la praxéologie C1, l'évaluation d'une expression algébrique.

5. Discussion

Une analyse du programme selon le MPRPA développé par Squalli et Jeannotte (soumis) met en évidence au moins deux des trois praxéologies de façon explicite.

Toutefois, on peut penser que certaines PL ou genres de tâches pourraient être abordées soit implicitement ou dans d'autres domaines que celui de l'algèbre. C'est le cas de la PL G2 – généralisation de règles, formules, lois et algorithmes – qui pourrait potentiellement se retrouver dans l'attente 3, codage tel que discuté plus haut. De même, quoi que le genre de tâches C1.1 – transformer une expression numérique pour arriver à un nombre unique en utilisant un calcul réfléchi – n'a pas été retenu par les concepteurs du programme comme faisant partie du domaine algèbre, un regard du côté du domaine nombre permet de constater qu'on y retrouve des contenus en lien avec le calcul réfléchi. Évidemment, le fait que l'on cherche une réponse unique fait pencher la balance vers le calcul arithmétique plutôt qu'algébrique, ce qui permet de justifier le choix des concepteurs de mettre le calcul réfléchi dans le domaine nombre. Toutefois, le calcul réfléchi s'appuie sur les propriétés des opérations et la décomposition en expressions équivalentes. En fait, pour Pilet et Grugeon (2021) le calcul réfléchi est un levier pour travailler la transition de l'arithmétique à l'algèbre par la modification des usages qui sont faits sur certains objets communs aux deux domaines et, de ce fait, sera inclus dans leur modèle épistémologique de référence de l'algèbre élémentaire. Comme le calcul réfléchi ne se retrouve pas dans le domaine algèbre dans le programme ontarien, il est difficile de dire si ces objets communs (propriétés, équivalence, expression) sont abordés à l'aide de raisonnements arithmétiques ou algébriques.

Par ailleurs, le fait de retrouver ces genres de tâches liés à notre MPRPA dans d'autres domaines que l'algèbre pointe vers une limite de notre étude. En effet, le potentiel de développement de la pensée algébrique pourrait être plus grand que ce qui se trouve dans le domaine algèbre. Toutefois, Blanton et al. (2018) soulignent qu'« au mieux, nous avons constaté que les programmes d'arithmétique traditionnels n'offraient qu'un traitement aléatoire des concepts algébriques "populaires"... souvent enfouis dans le contenu arithmétique d'une manière qui permettait potentiellement d'ignorer ou de marginaliser leur traitement dans l'enseignement » (p. 28, traduction libre[3]). Le choix de mettre le calcul réfléchi dans le domaine nombre n'est donc pas anodin et joue sur le potentiel du programme pour le développement de la pensée algébrique.

---

[3] At best, we found that mainstream arithmetic curricula offered only a random treatment of "popular" algebraic concepts… often buried in arithmetic content in ways that allowed one to potentially ignore or marginalize their treatment in instruction (Blanton et al., 2018, p. 28).

5.1. Trajectoire de développement de la pensée algébrique

En termes de trajectoire de développement, on constate que celle-ci a été réfléchie selon les trois axes de la pensée algébrique présentés dans la section 2, à savoir la conceptualisation, les raisonnements et les registres de représentations utilisés. En ce sens, elle est alignée avec les travaux fondateurs du mouvement *Early Algebra* tel que les travaux de Kaput (1998). Le concept de régularité en est un bon exemple. Le programme a été pensé de façon à ce que la conceptualisation des régularités s'enrichisse tout au long du primaire jusqu'à en arriver au concept de fonction avec l'introduction de l'étude des suites croissantes et décroissantes linéaires. Par le fait même, les raisonnements se complexifient tout comme les registres de représentations et les manières d'utiliser ces représentations, en phase avec les travaux de Radford (2011). Il en est de même pour le concept d'équivalence qui est introduit très tôt, mais qui sera complexifié selon le type de nombres utilisés, mais aussi le passage d'un travail sur l'équivalence d'expressions numériques à un travail sur l'équivalence d'expressions algébriques.

Soulignons que les concepteurs ont fait le choix d'introduire le concept de variables dès la première année du programme sans passer par l'introduction de la lettre, mais plutôt par une compréhension conceptuelle de la variable en tant que quantité qui varie, introduisant les lettres plus tard dans le cursus scolaire. Or, certaines études laissent croire qu'il serait possible d'introduire les lettres dès le début du primaire afin de favoriser les liens entre les différentes représentations de la variable. Les travaux de Ventura et al. (2021), basés sur les travaux de Blanton et al. (2017) rapportent que des élèves de maternelle et de première année sont en mesure d'interpréter la lettre en tant que quantité indéterminée lorsque placée face à une séquence de tâches particulières liée à la modélisation de relation fonctionnelle.

Par ailleurs, le fait que certains genres de tâches soient explicites pourrait faire en sorte que l'élève rencontre certains genres de tâches plutôt que d'autres, ce qui jouera sur le potentiel de développement de la pensée algébrique. Par exemple, le fait de ne pas rencontrer de tâches de calcul réfléchi dans le domaine Algèbre du programme pourrait favoriser le développement de raisonnement plutôt axé sur l'obtention d'une réponse et sur l'utilisation de registre qui ne mettent pas de l'avant la structure des calculs exploitée. Une analyse des autres domaines pourrait aider à mieux décrire la trajectoire.

6. Conclusion

L'approche du programme ontarien basée sur le développement précoce de la pensée algébrique semble dans une certaine mesure une porte d'entrée intéressante pour réduire les discontinuités et ruptures entre les modes de pensées arithmétique et algébrique documentés par les recherches sur la transition arithmétique-algèbre. En effet, les élèves sont, dès leur entrée à l'école primaire, mis en face de tâches favorisant certains aspects de la pensée algébrique. Une analyse des manuels permettrait de pousser plus loin la description du potentiel de développement de la pensée algébrique du domaine Algèbre du programme ontarien en clarifiant les tâches précises potentiellement rencontrées par les élèves ainsi que certains éléments de l'organisation didactique.

L'analyse du programme laisse aussi penser qu'il y aura une meilleure articulation entre les différents types de pensée. Toutefois, ceci mérite une étude plus approfondie. En effet, notre analyse ne permet pas de comprendre comment est articulée la trajectoire du développement de la pensée algébrique dans le programme ontarien avec celle du développement d'autres formes de la pensée mathématique, en particulier la pensée algorithmique, nommée codage, qui relève, dans le programme, du même domaine (Algèbre). Enfin, notre recherche montre que potentiellement, la stratégie du programme ontarien du développement précoce de la pensée algébrique devrait apporter un enrichissement des mathématiques enseignées par rapport au programme basé sur une approche transitionnelle arithmétique-algèbre. Mais que perd-on en passant d'une approche transitionnelle à une approche de développement précoce de la pensée algébrique? Il faudra attendre l'implantation du programme depuis quelques années pour être en mesure de constater ses effets sur les apprentissages des élèves.

Références

Bednarz, N. et Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (dir.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (p. 115-136). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_8

Blanton, M., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. et Newman-Owens, A. (2017). A progression in first-grade children's thinking about variable and variable notation in functional relationships. *Educational Studies in Mathematics, 95*(2), 181-202. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9745-0

Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. et Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. Dans C. Kieran (dir.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds* (p. 27-49). Springer.

Briant N. (2013). *Étude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français* [thèse de doctorat, université Montpellier 2]. TEL. https://theses.hal.science/tel-01002513.

Briant, N. et Bronner, A (2015). Étude d'une transposition didactique de l'algorithmique au Lycée : Une pensée algorithmique comme un versant de la pensée mathématiques. Dans L. Theis (dir.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du colloque EMF2015* (p. 231-246). Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene.

Bronner, A. et Larguier, M., (2018). Éléments d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique. Dans M. Abboud (dir.), *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines. Actes du colloque EMF2018* (p. 236-245). Université de Paris.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M. et Earnest, D (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics education*, 37(2), 87-115. https://doi.org/10.2307/30034843

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x*, *19*, 43-75.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2013). L'évolution du paradigme scolaire et le devenir des mathématiques : questions vives et problèmes cruciaux. Dans A. Bronner, C. Bulf, C. Castela et J.-P. Georget (dir.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. *Actes de la XVIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 85-120). La Pensée sauvage.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques, 17*(2), 167-210.

Hart, K. M. (1981). *Children's understanding of mathematics*. John Murray.

Jeannotte, D. (2005). *L'interprétation de la lettre et des erreurs commises en algèbre par les élèves du secondaire d'aujourd'hui et ceux de la fin des années 70 : une étude comparative* [mémoire de maitrise, Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/570

Jeannotte, D. (2015). *Raisonnement mathématique : proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire* [thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/8129/

Kaput, J. J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum. Dans National Research Council (dir.), *The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum: Proceedings of a National Symposium.* The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/6286.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. Dans D. A. Grouws (dir.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (p. 390-419). Macmillan.

Larguier, M. (2019). Le développement de la pensée algébrique dans le curriculum officiel en France et au Québec. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *21*(4), 311-321. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p311-321.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2005). *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année*. Mathématiques. Gouvernement de l'Ontario.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2016). *Les écoles de l'Ontario, de la maternelle et du jardin d'enfants à la 12e année. Politiques et programmes*. Gouvernement de l'Ontario.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2020). *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année*. Mathématiques. Gouvernement de l'Ontario.

Ministério da Educação. (2017). *Base nacional comum curricular: BNCC*. Governo do Brasil.

National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards (Mathematics)*. http://www.corestandards.org

Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherches en didactique des mathématiques, 35*(3), 273-312.

Pilet, J. et Grugeon-Allys, B. (2021). L'activité numérico-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation didactique, 15*(2), 9-26. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.8580

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. Dans S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz et A. Méndez (dir.) *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 2-21). Universidad Pedagógica Nacional.

Radford, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'objectivation. *Éléments*, *1*, 1-27.

Radford, L. (2015). Pensée mathématique du point de vue de la théorie de l'objectivation, Dans L. Theis (dir.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du colloque EMF2015* (p. 334-345). Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, *22*(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Squalli, H. (2000). *Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base* [thèse de doctorat, Université Laval]. Corpus. https://corpus.ulaval.ca/jspui/handle/20.500.11794/51025

Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d'invariants essentiels. Dans L. Theis (dir.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du colloque EMF2015* (p. 346-356). Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene.

Squalli, H. et Jeannotte, D. (soumis). Un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique élémentaire. *Revue québécoise de didactique des mathématiques*.

Ventura, A. C., Brizuela, B., Blanton, M., Sawrey, K., Gardiner, A. M. et Newman-Owens, A. (2021). Trajectory in Kindergarten and first grade students' thinking of variable and use of variable notation to represent indeterminate quantities. *Journal of Mathematical Behavior.* 62, 1-17. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100866

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. Dans C. Laborde (dir.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (p. 189-200). Éditions La Pensée sauvage.