



Le manuel numérique en mathématique : le cas de la moyenne

Sylvain VERMETTE

Université du Québec à Trois-Rivières

sylvain.vermette@uqtr.ca

Normand ROY

Université de Montréal

normand.roy@umontreal.ca

Michelle CARROLL

Centre de services scolaire de l'Énergie

mcarroll@csenergie.qc.ca

Résumé : La présente étude examine les manuels numériques en mathématiques, et plus particulièrement, les stratégies et ressources utilisées pour la présentation de la moyenne. Même si l'enseignement de ce concept se résume souvent à son algorithme de calcul, il existe d'autres approches permettant de développer la compréhension de la moyenne. Ainsi, pour mieux comprendre la valeur ajoutée des manuels numériques en mathématiques, nous proposons d'examiner la présence du concept de moyenne dans 11 manuels numériques, de la 1^{re} à la 3^e secondaire. Nos résultats permettent de voir que même si certains manuels proposent des ajouts intéressants, il appert que d'autres procédures (total-répartition, nivelage et point d'équilibre) sont peu abordées, suggérant que l'enseignant devra utiliser d'autres ressources didactiques pour y arriver.

Mots-clés : manuel scolaire, manuel numérique, mathématiques, moyenne arithmétique

The numerical textbook in mathematics: the case of the average

Abstract: This study examines digital textbooks in mathematics, and more specifically the strategies and resources used to teach the concept of mean. Although instruction of this concept often comes down to the calculation algorithm, there are other approaches to developing and understanding of mean. In order to better understand the added value of digital textbooks in mathematics, we set out to examine the presence of the concept of the mean in 11 digital textbooks, from Secondary 1 to Secondary 3. Our results show that even if some textbooks offer interesting additions, other procedures (total-distribution,

levelling and balance point) appear to be little discussed, suggesting that the teacher will have to use other teaching resources to address the concept of mean.

Keywords: textbook, digital textbook, mathematics, mean

Introduction

Privilegié par un grand nombre d'enseignants (Choppin, 1992 ; Lebrun, 2006), le manuel scolaire trouve sa place dans la classe de mathématique. En effet, il apparaît être un élément indispensable pour l'enseignant québécois, le manuel pouvant être utilisé comme recueil d'exercices, comme support à la leçon, comme support d'évaluation, pour une reformulation théorique et, enfin, comme source documentaire (Margolinas et Wozniak, 2009). Selon Bucheton (1999), les manuels sont pour les enseignants des références fiables sur le plan des contenus présentés et des pistes pédagogiques proposées. Il n'est donc pas surprenant de constater qu'il s'agit d'un outil précieux lors de la conception et de la planification de leçons (Araújo Oliveira et al., 2006). Son utilisation semble particulièrement généralisée chez les enseignants de mathématiques au moment de fournir à leurs élèves des exercices portant sur les concepts enseignés. Le manuel est ainsi perçu comme un outil au service des apprentissages. Chaque enseignant peut l'utiliser de la manière qui lui paraît la plus appropriée pour assurer la réalisation des apprentissages de ses élèves. Les manuels scolaires constituent donc une ressource importante puisqu'ils définissent en quelque sorte l'enseignement en proposant une certaine présentation de l'objet à enseigner, ce qui agit sur l'activité d'appropriation des utilisateurs (Rabardel, 1997). Il n'est pas l'unique ressource de l'enseignant de mathématiques, alors que l'on retrouve aussi du matériel de manipulation (Corriveau et Jeannotte, 2015) et, étant au cœur d'une ère où la technologie prend de plus en plus de place dans le milieu de l'éducation, de nombreux types de ressources numériques.

D'ailleurs, dans un contexte hors du commun lié à la COVID-19, l'utilisation du numérique dans nos écoles se vit depuis mars 2020 dans une nouvelle réalité. L'apport potentiel du numérique à l'enseignement s'inscrit dans une dynamique complexe entre les apprenants, les enseignants et les contextes d'usage. Malgré des résultats mitigés quant à l'impact des outils numériques sur l'apprentissage des élèves (Karsenti et Bugmann, 2017; Viriot-Goeldel et al., 2016), il s'avère que de nombreuses études concluent plutôt que le numérique apporte une valeur ajoutée, en autant que celui-ci s'inscrive dans une utilisation dite pédagogique. Il est aisé de concevoir que les technologies peuvent contribuer à l'enseignement des mathématiques en enrichissant les situations d'enseignement-apprentissage, que ce soit par exemple en soutenant la réflexion des élèves par une présentation différente des contenus notionnels ou en permettant une rétroaction rapide aux

élèves, notamment lors des phases d'exercices (Oudrhiri, 2016; Vandebrouck et Robert, 2017). La démocratisation du numérique a favorisé l'émergence de nombreux usages dans la classe, du tableau numérique interactif (TNI) à la tablette de type iPad.

En mathématique, l'usage de ressources numériques pour apprendre ne date pas d'hier. Dès 1997, les différents cadres de références pour l'enseignement des mathématiques introduisent l'utilisation du numérique pour apprendre : les calculatrices scientifiques, les jeux d'apprentissage, la programmation LOGO ou Basic, etc. (Oldknow et Taylor, 2003). À partir de 2007, le tableau numérique interactif fait son apparition dans la salle de classe, outil numérique qui permet l'interaction avec les ressources numériques, et ce, en temps réel devant les élèves. Toutefois, son intégration n'est pas réussie (Karsenti et al., 2012), en partie à cause de la formation limitée des enseignants (Samson et Lefebvre, 2012). Pourtant, et particulièrement en mathématiques, il s'avère plutôt intéressant, notamment pour l'usage d'outils (compas, règles, etc.), la manipulation d'objets pour illustrer des concepts mathématiques ou encore pour l'usage de ressources existantes. En ce sens, les maisons d'édition ont rapidement produit du matériel accessible par le tableau numérique interactif, comme du matériel de manipulation ou le manuel scolaire numérique.

Dans le cadre de cet article, un regard sera porté sur le manuel scolaire numérique en fonction des deux questions de recherche qui l'ont guidé. D'abord, sous quelle forme les contenus d'enseignement en mathématiques sont-ils présentés dans les manuels numériques? Dans un deuxième temps, afin de voir si les manuels numériques en mathématiques peuvent être mis au service de l'apprentissage du contenu disciplinaire, nous nous questionnerons sur comment le concept de moyenne est-il présenté afin de voir si la dimension numérique d'un manuel apporte réellement une plus-value par rapport à la version imprimée. Après avoir tracé un bref portrait du manuel scolaire numérique au Québec et avoir décrit les ancrages théoriques sur le concept de moyenne qui orientent ce travail, les aspects méthodologiques de l'étude sont présentés. Les résultats permettent de faire ressortir l'apport possible des éléments numériques sur les enjeux didactiques associés à l'enseignement de la moyenne, bien que celui-ci soit limité. L'article se termine par une discussion des résultats sous l'optique de pistes de bonifications pour favoriser l'appropriation du concept en jeu.

1. Le manuel scolaire numérique au Québec

Au Québec, le manuel numérique est dans le paysage scolaire depuis les années 2000, et avec une présence accrue avec l'avènement de la tablette iPad en 2010. Selon Karsenti et Fiévez (2013), 72 % des élèves (sur 6 057 répondants) qui

utilisent la tablette rapportent utiliser le manuel scolaire numérique. Il s'agit de l'usage principal pour ces élèves. Il appert que le manuel numérique facilite l'accès et l'interactivité avec les contenus (Roussel et al., 2017). Il s'avère néanmoins coûteux à produire et différentes politiques en place exigent encore en 2021 que la version imprimée du manuel de l'élève soit présente afin que l'ensemble didactique puisse être reconnu par le ministère de l'Éducation. Le Bureau d'approbation du matériel didactique stipule que pour être admissible, un ensemble didactique est composé d'une série d'instruments dont un manuel imprimé à l'usage de l'élève et un guide d'enseignement imprimé ou numérique. Il peut inclure d'autres éléments numériques (Gouvernement du Québec, 2010).

Ainsi, même si l'on reconnaît qu'on peut inclure des éléments numériques, les éditeurs ne peuvent pas soumettre uniquement du matériel numérique. On remarquera d'ailleurs que sur le site du ministère de l'Éducation et du ministère de l'Enseignement supérieur (Gouvernement du Québec, 2017), aucune mention du matériel numérique approuvé n'est présente. L'enjeu est important, puisque seul le matériel approuvé peut être acquis par l'école, alors que le matériel non approuvé peut être proposé aux parents, mais il ne sera pas fourni par l'école. Sachant que les manuels numériques sont de plus en plus utilisés en éducation (Reynolds, 2011), il convient donc de s'interroger sur la présentation des objets d'enseignement à l'intérieur de ceux-ci. Ici, la moyenne, arithmétique fut ciblée à des fins d'analyse. Ce concept fut choisi non seulement parce qu'il s'agit d'un concept clé dans le développement de la pensée statistique, mais aussi parce qu'il devrait être abordé pendant plusieurs années, soit de la 1^{re} à la 3^e secondaire, ce qui a permis l'analyse d'un plus grand nombre de manuels puisque celle-ci n'était pas limitée à une seule année académique.

2. Le concept de moyenne

L'étude du concept de moyenne est clairement établie au sein du Programme de formation de l'école québécoise où l'on mentionne en ce qui a trait à la Progression des apprentissages au secondaire (Gouvernement du Québec, 2016) que les élèves devraient être amenés au cours des trois premières années du secondaire à décrire le concept de moyenne arithmétique (répartition équitable ou centre d'équilibre) ainsi qu'à calculer et à interpréter une moyenne arithmétique en tant que mesure de tendance centrale. Ce concept intervient donc lors de l'analyse et de l'interprétation de distributions statistiques qui peuvent être présentées sous la forme de tableaux ou de diagrammes statistiques. Il est aussi réinvesti lors de l'étude d'autres mesures statistiques pour lesquelles la moyenne intervient dans leurs calculs comme c'est le cas pour l'écart moyen et l'écart type soit des mesures de dispersion. Pour l'aborder à partir du matériel didactique, les enseignants

proposent aux élèves de « bons problèmes » afin de parfaire leur compréhension du concept (Lajoie et Thibault, 2017). Il constitue un concept bien présent dans les manuels scolaires, tel que prescrit par le MEES, mais aucune étude ne permet d'élaborer en détail sur cet aspect. Nous préciserons davantage sa présence dans les manuels numériques afin d'appuyer notre analyse de ceux-ci.

Comme le soulignaient Proulx et al. (2016) ainsi que Gattuso (1999), la richesse mathématique inhérente à ce concept va bien au-delà de sa définition, soit une mesure statistique représentative de la valeur que toutes les données de la distribution auraient si elles avaient toutes la même valeur, et ce, sans changer la dimension globale de la distribution bien entendu (Thompson, 1994). Trop souvent la statistique est considérée comme une application d'algorithmes. L'enseignement du concept de moyenne n'y échappe pas. Cet enseignement se résume souvent à son algorithme de calcul qui implique de faire la somme de toutes les données de la distribution pour ensuite diviser cette somme par le nombre de données qui composent cette distribution. Bien que la plupart des élèves finissent par apprendre l'algorithme qui leur est spécifique, leur compréhension conceptuelle reste toutefois, dans bien des cas, déficiente. D'ailleurs, plusieurs travaux montrent qu'un enseignement des concepts statistiques axé sur leur algorithme de calcul n'est pas gage de leur compréhension et conduit à questionner l'intérêt donné à l'enseignement de la statistique (Boyé et Comairas, 2002; Cyr et Deblois, 2007; Gattuso, 1997; Gattuso et Mary, 2005; Vermette, 2016). Il s'agit bien entendu d'une procédure acceptable pour déterminer la moyenne d'une distribution, mais il existe d'autres procédures moins « mécaniques » permettant d'obtenir cette mesure statistique. Proulx et al. (2016) en ont répertorié trois. D'abord, le total-répartition qui fait intervenir le sens partage de la division et qui consiste à trouver le total pour pouvoir ensuite le répartir/partager également sur l'ensemble des données. Bien que l'on reconnaisse l'algorithme de calcul derrière cette procédure, cette dernière se distingue par le sens sous-jacent que l'on peut lui attribuer. Une deuxième procédure est celle du nivelage qui consiste à faire des échanges entre les valeurs des données de la distribution; on enlève aux plus grandes données au profit des plus petites, afin de parvenir à réduire progressivement les écarts entre les données pour en arriver à obtenir la même valeur pour chacune d'elles. Enfin, une troisième procédure voit la moyenne comme étant le point d'équilibre de la distribution, en quelque sorte le pivot d'une balance graduée sur laquelle sont placées les données, son point d'équilibre (delMas et Liu, 2005; Gattuso, 1999). Il n'y a pas que la diversité des procédures permettant d'établir la valeur de la moyenne qui témoigne de la richesse du concept en question, mais aussi tout ce qui entoure l'interprétation de la valeur obtenue. Ici, il faut aller au-delà des différentes procédures et se poser la question de savoir si la valeur obtenue est

représentative de l'ensemble des données de la distribution et si elle exprime la tendance centrale de celle-ci. Pour répondre à ces questions, un regard s'impose sur l'ensemble de la distribution, ce qui implique inévitablement de considérer la dispersion des données au sein de la distribution.

D'ailleurs, le concept de moyenne est directement lié au calcul des mesures de dispersion que sont l'écart moyen et l'écart type, des mesures qui permettent de connaître la dispersion des données par rapport au centre de la distribution, soit la moyenne de la distribution. Contrairement à l'étendue, une mesure de dispersion obtenue en faisant la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la distribution et qui exprime la longueur du plus petit intervalle qui inclut toutes les valeurs de la distribution, l'écart moyen et l'écart type donnent une indication de la dispersion des données d'une distribution en prenant en considération toutes les données de la distribution. La moyenne a aussi cette spécificité par rapport aux autres mesures de tendance centrale que sont le mode et la médiane. En effet, la valeur de chaque donnée de la distribution est considérée dans le calcul de la moyenne, ce qui permet en quelque sorte de résumer par une seule valeur un ensemble de données, une valeur unique qui remplace toutes les données tout en conservant la même somme. Cet intérêt que l'on peut percevoir comme un avantage pour cette mesure au regard des autres mesures de tendance centrale devient toutefois un inconvénient lorsque la distribution comporte des données extrêmes qui viennent influencer le résultat et faire en sorte que la mesure obtenue n'est plus représentative de la tendance centrale de la distribution, comme dans le cas d'une distribution asymétrique, par exemple. Ici, la médiane, une mesure statistique d'une distribution telle que le nombre de valeurs qui lui sont inférieures est égal au nombre de valeurs qui lui sont supérieures, doit alors être priorisée afin de porter un regard sur la tendance centrale de la distribution. Puisque c'est le nombre de données dans chacun des sous-groupes qui importe et que la valeur des données n'est pas considérée dans le calcul de la médiane, celle-ci n'est donc pas influencée par ces données éloignées. D'autres aspects relatifs à ces mesures de tendance centrale peuvent certainement être répertoriés. Toutefois, rappelons que le concept de moyenne fut l'entrée préconisée dans le cadre de cet article pour une analyse plus spécifique et plus riche des manuels numériques en mathématiques.

3. La méthodologie

Pour répondre à nos questions de recherche, nous avons procédé à l'analyse des compléments ou des versions numériques des manuels de mathématiques, destinés à la formation des élèves de la première à la troisième secondaire au Québec, entre 2015 et 2018. Des 26 ouvrages recensés au Québec en 2017-2018,

nous avons approfondi 11 ouvrages provenant de 4 maisons d'édition (voir tableau 1). Ces derniers correspondent à l'ensemble de ceux qui traitent du thème spécifique à cette étude : la moyenne.

Mis à part un ouvrage qui s'adressait aux élèves de 2^e secondaire (Pixel 2), tous les autres étaient destinés aux élèves de première et troisième secondaire. La collecte des données s'est d'abord dirigée vers la présence du numérique dans les ouvrages, tous chapitres confondus. Ici, deux questions ont guidé notre recension des manuels numériques. Retrouve-t-on des éléments qui sont uniques à la version numérique (vidéos, sons, hyperliens, activités interactives, etc.). Dans l'affirmative, quels sont ces éléments et à quelle fréquence sont-ils proposés? Ensuite, afin de voir si les manuels numériques en mathématiques offrent une présentation des contenus d'enseignement qui diffère des manuels scolaires dits traditionnels, nous nous sommes attardés au traitement de la moyenne comme contenu théorique et des processus inhérents à son apprentissage à travers le matériel didactique.

L'examen des manuels numériques a permis d'avoir une appréciation de la présentation du concept de moyenne à travers les sections théoriques, les exercices et problèmes présentés dans les chapitres portant sur la statistique de chacun des manuels (tableau 1), et ce, afin de voir dans quelle mesure les intentions didactiques qui fondent les programmes actuels au regard du concept de moyenne se trouvent concrétisées dans ceux-ci. Quel est l'apport du numérique dans l'apprentissage du concept de moyenne? Quelles procédures sont mises en évidence dans les manuels numériques? L'interprétation de la valeur obtenue est-elle approfondie ou s'agit-il d'un aspect négligé?

4. Résultats

En premier lieu, soulignons que sur les 11 manuels analysés (dont deux avec des cahiers), quatre ne sont en fait qu'une version numérisée du manuel imprimé, sans ajout d'interactions, alors que sept sont une version numérique bonifiée de l'original (voir tableau 1). On y retrouve bel et bien certaines fonctionnalités numériques, comme le surlignement, l'insertion d'un signet ou encore la rédaction de notes, mais ces fonctionnalités sont présentes pour l'ensemble des ressources numériques, puisqu'ils dépendent de l'environnement de la maison d'édition. Néanmoins, si l'on considère qu'il est aussi possible d'annoter et de surligner un manuel en version papier, alors la seule option supplémentaire offerte par ces quatre copies numériques est la possibilité d'agrandissement d'une section désirée. Le tableau 1 brosse le portrait des ajouts numériques présents dans ces manuels. Mentionnons que les sept premiers manuels comportent des ajouts numériques, et que parmi ceux-ci, les vidéos correspondent à l'ajout le plus

fréquent avec les questionnaires interactifs. Les animations sont moins présentes et un seul manuel propose des liens vers Internet. Il est important de mentionner que les ressources originales signifient qu'elles sont uniquement accessibles par le manuel numérique et qu'elles ont été produites par la maison d'édition.

Tableau 1. Contenu des manuels

Nom du manuel	Liens vers Internet	Questionnaires avec corrections	Vidéos originales	Animations originales	Activités interactives originales	Questionnaires interactifs originaux
Panoramath A	0	0	122	0	13	70
Pixel - 2	0	28	92	0	27	66
Point de mire 1	0	0	71	0	13	81
Pixel - 1	0	0	44	0	0	0
Point de mire 3	0	0	37	10	10	56
Visions 3	0	0	22	12	1	0
Sommets 3	31	15	1	0	62	0
À vos maths! 1	0	0	0	0	0	0
Intersection 3	0	0	0	0	0	0
Perspective A - vol. 1	0	0	0	0	0	0
Point de vue - 3	0	0	0	0	0	0

Notre regard s'est ensuite tourné vers l'analyse des sept ouvrages qui offrent un complément, à différents niveaux, au manuel imprimé. Une analyse didactique fut alors dirigée vers la présentation du concept de moyenne à travers sa définition et des procédures permettant de déterminer la moyenne d'une distribution, une référence possible pour l'enseignant de mathématiques comme support à la leçon, ainsi que vers les exercices proposés, soit un aspect du manuel scolaire souvent préconisé par l'enseignant de mathématiques.

Le concept de moyenne à travers les manuels numériques

Rappelons que pour l'analyse de la moyenne, seulement une petite partie des manuels a été analysée en profondeur (tableau 2), soit uniquement ceux qui traitent de la moyenne.

Le manuel numérique en mathématique : le cas de la moyenne

Tableau 2. Liste des versions numériques des manuels analysées (ordre alphabétique par maison d'édition)

Titre du manuel ou du cahier	Nombre de pages	Ressources numériques présentes en lien avec la moyenne	Maison d'édition
Panoramath A	9	1 activité de manipulation, 1 vidéo et 1 série d'exercices interactifs ¹	CEC
Point de mire 1	7	1 activité de manipulation, 1 vidéo et 1 série d'exercices interactifs	
Point de mire 3	6	1 vidéo, 1 série d'exercices interactifs	
Visions 3 (manuel + cahier)	12 + 5	2 vidéos	
Pixel 1	3	1 vidéo, 1 exerciceur, exercices en ligne	ERPI
Pixel 2	3	2 vidéos, 1 exerciceur, exercices en ligne	
Sommets 3	7	Activités interactives, activité sur Khan Academy, fiches d'activités	Chenelière

Ici, sans surprise, l'étude de ce concept est clairement établie au sein des manuels numériques consultés. La présence du numérique dans les sections se rapportant à l'apprentissage de ce concept ne diffère pas du portrait global présenté précédemment, à savoir que pour les manuels concernés, on y retrouve des vidéos, une activité de manipulation, des exercices interactifs, des banques d'exerciceurs, etc. Cinq manuels se distinguent de leur version imprimée en offrant la possibilité de faire des exercices en ligne (Panoramath A, Point de mire 1 et 3, Pixel 1 et 2) dont deux de façon non interactive (Pixel 1 et 2). Pour ces deux derniers manuels, le fait de présenter une plateforme pour faire les exercices en ligne semble être un ajout minimal à la version imprimée, mais celui-ci peut comporter tout de même des avantages, notamment en facilitant la transmission d'un devoir de façon numérique à l'enseignant afin d'obtenir une rétroaction rapide. Les trois autres manuels offrent quant à eux des exercices interactifs pour chaque section des différents chapitres avec une correction instantanée similaire à ce que l'on peut retrouver sur la plateforme Netmath. À l'intérieur des manuels des éditions CEC (Panoramath A, Point de mire 1 et 3), on y propose également des tests interactifs, du même style que les exercices, mais étant situés cette fois-ci à la fin des chapitres. Ces tests interactifs peuvent ainsi apporter un certain support à l'évaluation. Enfin, pour trois manuels (Pixel 1, Pixel 2 et Sommets 3), on retrouve

¹ Les exercices interactifs supposent une rétroaction automatique, alors que les exercices en ligne permettent seulement de répondre et l'enseignant peut ensuite réagir.

des liens menant à des banques d'exercices permettant ainsi à l'élève d'avoir un surplus d'exercices afin de mettre en pratique les concepts en jeu.

En ce qui a trait à la présentation des contenus à travers les sections théoriques, tous les manuels numériques bonifiés proposent des vidéos où l'on illustre comment calculer la moyenne, principalement à partir de son algorithme de calcul. Toujours afin de faciliter l'appropriation du contenu mathématique, les manuels proposent également des liens internes, menant cette fois vers d'autres pages du manuel permettant notamment de rappeler des préalables au concept à l'étude tandis qu'un seul manuel contient des liens externes menant à des sites comme GoMaths, MatouMatheux, Multimaths, ou AlloProf. Aussi, deux manuels offrent une activité de manipulation où l'élève est invité à déplacer numériquement des objets dans le but de calculer la moyenne de la distribution. Il est important de spécifier qu'il s'agit de la même activité pour ces deux manuels, étant donné que ceux-ci proviennent de la même maison d'édition. Les ressources numériques sont-elles intéressantes? Pertinentes? En nombre suffisant?

En fait, dans les manuels numériques observés, nous ne retrouvons que très peu d'activités interactives permettant d'aller au-delà du simple calcul arithmétique et menant à une réelle analyse des données afin d'interpréter, entre autres, le résultat obtenu et porter un regard sur la tendance centrale de la distribution, contribuant du même coup à illustrer toute la richesse de ce concept mathématique. C'est plutôt l'algorithme de calcul qui prédomine en général dans tous les aspects numériques, à l'exception de deux ouvrages (Panoramath A et Point de mire 1) de 1^{re} secondaire qui mettent en évidence les sens total-répartition et nivelage pour le calcul de la moyenne. Pour ces ouvrages provenant de la même maison d'édition, on retrouve par exemple, dans un premier temps, une activité de manipulation qui consiste à répartir des bâtons dans des cercles correspondant à des ensembles. Durant cette activité, l'élève peut alors tenter de distribuer adéquatement les bâtons afin de comprendre le concept de moyenne. On met en avant ici la procédure total-répartition puisque l'activité consiste à répartir une quantité totale de bâtons dans un certain nombre d'ensembles représentés par des cercles qui sont vides au départ. Dans un deuxième temps, une vidéo combine les procédures nivelage et répartition équitable. Pour ce faire, on retrouve plusieurs groupes comportant un nombre différent de bonbons. On nivelle d'abord les groupes en fonction de celui qui comporte le moins de bonbons. Ensuite, on regroupe le surplus pour le répartir équitablement entre les groupes. Ici, on s'inscrit davantage au niveau de la procédure total-répartition. En effet, dans cette deuxième partie de la vidéo, on ne retrouve pas ce va-et-vient entre les groupes qui est implicitement lié au processus de nivelage. En plus, dans la procédure nivelage, on n'a pas besoin de connaître le « total » afin de trouver la valeur de la

moyenne. Certes, il serait possible de le trouver à la toute fin en multipliant le nombre de bonbons par groupe par le nombre de groupes, mais ce total ne sert pas à la procédure de calcul. C'est donc pour cette raison que l'on perçoit davantage la procédure total-répartition dans la deuxième partie de cette vidéo, le « total » ne représentant toutefois pas ici tous les bonbons en jeu, mais uniquement une partie d'entre eux correspondant au surplus total qui est réparti équitablement. Mis à part ces deux situations, les vidéos proposées présentent des exemples de moyenne calculée avec l'algorithme amenant ensuite l'élève à réinvestir celui-ci dans des exercices. Cette insistance mise sur l'algorithme de calcul et sur le fait que les autres procédures ne soient pas davantage exploitées au niveau numérique est surprenante si l'on considère que cette mesure statistique n'est pas définie uniquement par son algorithme au sein des manuels consultés. En effet, six manuels l'abordent comme mesure de tendance centrale. La notion de point ou de centre d'équilibre est aussi mentionnée à six reprises, deux manuels mentionnent qu'il s'agit d'une répartition égale et, enfin, quatre la définissent comme la valeur unique qui pourrait remplacer toutes les données tout en conservant la même somme.

5. Discussion et conclusion

Rappelons que cette étude fait état de la situation durant la période de 2016 à 2018. Toutefois, il est difficile de faire abstraction de la situation inédite de 2020 lorsque vient le temps de réfléchir aux résultats de cette étude et de la place du manuel numérique en éducation. Dans ce contexte d'enseignement à distance, la grande majorité des maisons d'édition ont été les premières à supporter les besoins et à offrir des ressources numériques pour accompagner les apprenants durant la fin de l'année 2020. Ces outils numériques ont un grand potentiel et peuvent certainement contribuer à aider les élèves, surtout en contexte à distance, mais il semble que ce potentiel n'est pas exploité pleinement au sein des manuels numériques en mathématiques si l'on se fie à l'analyse réalisée en lien avec le concept de moyenne. Bien évidemment, la production de ressources inédites exige temps et argent, et nous voyons une diversification continue de l'offre chez les différents éditeurs.

Deux limites importantes se doivent d'être mises en évidence. D'une part, le présent projet correspond à un moment particulier dans le temps, et puisque les manuels évoluent chaque année, il est difficile d'avoir un portrait en temps réel. Cela étant dit, puisque le processus d'édition est long alors que Gérard et Roegier (1993) rapportent que cela peut prendre un minimum de six ans, voire jusqu'à 10 ans, nous croyons que le portrait du manuel numérique évolue plutôt lentement. L'autre aspect qui n'est pas abordé dans cet article est celui de l'usage fait du manuel et des autres ressources par les enseignants. Bien que le manuel soit

entre les mains des élèves, il constitue un outil didactique de l'enseignant, qui pourra, selon son expérience, en faire un usage très strict, en se fiant uniquement à une collection didactique, ou l'utiliser comme un complément ou pour enrichir sa pratique (Araújo Oliveira et al., 2006; Bucheton, 1999; Margolinas et Wozniak, 2009; Rabardel, 1997). Cela pourra varier selon l'expérience de l'enseignant, dans l'enseignement en général ou dans le niveau enseigné, son sentiment de compétence en mathématiques et le matériel disponible dans son école.

Maintenant, pour ce qui est du cas de la moyenne, on dénote à travers les éléments numériques des manuels une intention qui se concrétise principalement par une présentation du concept de moyenne axée sur son algorithme de calcul associée à des exercices où les élèves sont amenés à mettre en pratique cet algorithme. On constate donc que l'apport possible des éléments numériques sur les enjeux didactiques associés à l'enseignement de la moyenne est limité. L'algorithme de calcul ne s'avère pas être la seule procédure permettant d'obtenir la moyenne d'une distribution et pourtant, à nos yeux, il aurait été possible d'envisager un apport plus grand du numérique lié aux autres procédures que sont total-répartition, nivelage et point d'équilibre dans le but de favoriser une meilleure compréhension conceptuelle chez les élèves.

Prenons pour exemple la procédure point d'équilibre pour laquelle on ne trouve aucune ressource numérique et imaginons des données réparties sur une droite, agissant comme une balance graduée, pour lesquelles la moyenne serait indiquée à l'aide d'une flèche correspondant au point d'équilibre de la balance.

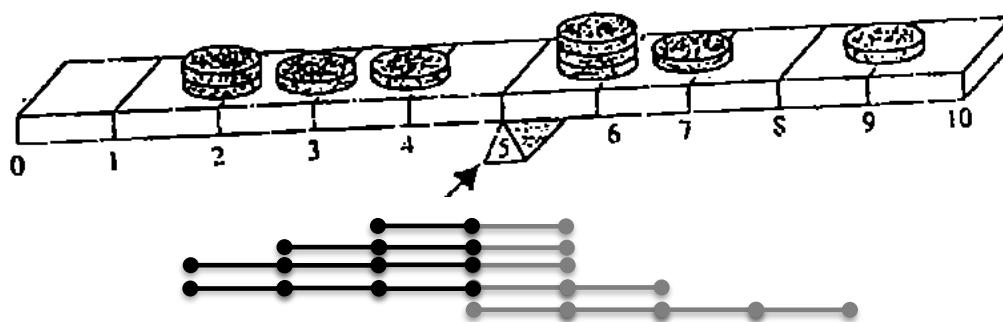


Figure 1. Procédure point d'équilibre (Trudel et Antonius, 1991, cité dans Gattuso, 1999, p. 85)

Une activité interactive pourrait contribuer à comprendre l'effet de la position des données sur la moyenne de la distribution et porter un regard par le fait même sur son point d'équilibre. Où placer le pivot afin que la balance retrouve son équilibre? Pour aider à trouver l'emplacement du pivot, il serait alors possible de montrer que la somme des écarts à la moyenne doit être nulle, ici illustré par le même

nombre de segments de droite que l'on retrouve de part et d'autre de la flèche soit neuf dans la figure 1. Les élèves pourraient être amenés à réorganiser les données afin de produire l'effet désiré sur la moyenne de la distribution, c'est-à-dire à provoquer un déplacement du pivot de la balance dans un sens ou dans l'autre afin de retrouver l'équilibre. Les élèves seraient alors en mesure de modifier une ou des données de la distribution dans le but de mesurer l'impact de ce changement sur la moyenne de la distribution et voir ainsi la flèche fluctuer en conséquence. Une telle activité offre la possibilité d'aller au-delà du simple calcul arithmétique en plongeant l'élève dans un véritable exercice statistique où il doit accorder une attention particulière à l'interprétation du résultat obtenu. Tout ceci implique de porter un regard sur l'ensemble de la distribution afin de juger si la moyenne demeure un bon indicateur de la tendance centrale de la distribution à la suite de l'effet d'un tel changement. L'élève pourrait également prendre conscience visuellement de l'influence d'une donnée extrême sur la valeur de la moyenne et juger par la suite de la représentativité ou non de la moyenne obtenue en tant que mesure de tendance centrale de la distribution. Enfin, l'élève pourrait observer les droites numériques représentant différentes distributions dans le but d'estimer l'emplacement du point d'équilibre de chacune d'elles et ainsi comparer leur moyenne respective.

Il serait également possible de conceptualiser une activité de manipulation, mais cette fois-ci en mettant de l'avant la procédure de nivelage. Pour ce faire, on pourrait réinvestir une activité illustrant des piles de jetons qui est présentée dans une version papier (Cadieux et al., 2005), où la tâche consiste à rééquilibrer les piles de façon à ce qu'elle soit égale, mais en y ajoutant une dimension numérique. L'élève pourrait ainsi manipuler les objets en étant invité à déplacer les jetons d'une pile à l'autre afin d'en arriver à trouver la valeur correspondant à la moyenne. À travers cette activité de manipulation, il pourrait être amené à réfléchir à l'impact de l'ajout d'une donnée sur la moyenne. L'ajout d'une pile comportant un certain nombre de jetons forcerait l'élève à revoir le nivelage réalisé initialement et permettrait d'observer par le fait même l'influence de cet ajout sur la moyenne de la distribution. Par exemple, il serait intéressant d'ajouter une pile vide de jetons. Il serait alors possible de croire que cet ajout ne modifierait en rien la moyenne de la distribution puisque le nombre total de jetons, correspondant à la somme des données si l'on réfère à l'algorithme de calcul, demeure le même. Cet ajout aurait pourtant une incidence, car il impliquerait de revoir le partage afin que toutes les piles soient de nouveau nivelées, la valeur de la moyenne serait ainsi revue à la baisse.

Enfin, une conceptualisation de la moyenne à travers différentes représentations graphiques serait aussi une voie envisageable pour laquelle le numérique aurait

un apport certain, ne serait-ce que par la puissance et la vitesse d'exécution des technologies de l'information et de la communication qui pourrait permettre aux élèves de se concentrer sur l'analyse des représentations graphiques et sur la visualisation de la tendance centrale de la distribution illustrée plutôt que de travailler à leur production. DelMas et Liu (2005) se sont d'ailleurs intéressés à ce type d'activité interactive dans le but d'aider à la compréhension d'une mesure statistique, en l'occurrence l'écart type, chez des étudiants de niveau universitaire inscrits à un cours d'introduction aux statistiques. Ces derniers ont illustré tout le potentiel de leur activité interactive afin de comprendre l'effet de la position des barres d'un histogramme sur l'écart type de la distribution.

En conclusion, les manuels numériques qui ne sont pas bonifiés numériquement perdent une bonne majorité des avantages, tout en gardant leurs limites. L'apparence de jeu et la possibilité pour l'élève d'interagir, d'être actif dans son apprentissage, qui facilitent la compréhension et la rétention, ne sont pas présentes dans un manuel numérique qui n'est qu'une copie PDF du manuel imprimé. En contrepartie, les manuels qui offrent des activités de manipulation ou des vidéos explicatives peuvent apporter une réelle valeur ajoutée. Nos résultats montrent néanmoins qu'il faut arriver à proposer une offre variée du matériel interactif, afin de s'appuyer sur les plus récentes connaissances didactiques du domaine, tout en maximisant les ressources existantes. Dans le cas de la moyenne, il appert que les manuels auraient pu profiter des autres procédures (total-répartition, nivelage et point d'équilibre) pour favoriser l'appropriation du concept. Ainsi, pour aborder de façon plus adéquate la moyenne, nous suggérons aux éditeurs de : 1) favoriser l'appropriation de la moyenne avec les différentes procédures possibles; 2) proposer des activités interactives tirant avantage du numérique; 3) d'offrir des vidéos en guise de synthèse faisant des liens entre les procédures. En guise de complément, l'enseignant de mathématique doit utiliser d'autres ressources que celles du manuel afin de proposer une diversité d'activités en classe.

Remerciements

Ce projet s'appuie sur des recherches financées par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

Références

Araújo Oliveira, A., Lisée, V., Lenoir, Y. et Lemire, J. (2006). Connaissance et utilisation des manuels scolaires québécois. Ce qu'en disent des futures enseignantes du primaire. Dans M. Lebrun (dir.), *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes* (p. 301-328). Presses de l'Université du Québec.

- Boyé, A. et Comairas, M.-C. (2002). Moyenne, médiane, écart type. Quelques regards sur l'histoire pour éclairer l'enseignement des statistiques. *Repères-IREM*, 48, 27-39.
- Bucheton, D. (1999). Les manuels : un lien entre l'école, la famille, l'élève et les savoirs. Dans S. Plane (dir.), *Manuels et enseignement du français* (p. 41-50). Centre régional de documentation pédagogique de Basse-Normandie.
- Cadieux, R., Gendron, I. et Ledoux, A. (2005). *Panoramath-1^{er} cycle du secondaire manuel A* (Vol. 1). Les Éditions CEC.
- Choppin, A. (1992). *Les Manuels scolaires : histoire et actualité*. Hachette Éducation.
- Corriveau, C. et Jeannotte, D. (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 55(3), 33.
- Cyr, S. et Deblois, L. (2007). La cote standard comme objet pour réfléchir aux notions statistiques avec les futurs maîtres. *Petit x*, 75, 50-73.
- delMas, R. et Liu, Y. (2005). Exploring students' conceptions of the standard deviation. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 55-82.
- Gattuso, L. (1997). La moyenne, un concept évident? *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 37(3), 10-19.
- Gattuso, L. (1999). La moyenne : un concept inexploité, d'une richesse exceptionnelle. *Repères-IREM*, 34, 79-93.
- Gattuso, L. et Mary, C. (2005). Trois problèmes semblables de moyenne pas si semblables que ça ! L'influence de la structure d'un problème sur les réponses des élèves. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 82-102.
- Gérard, F. M. et Roegiers, X. (1993). *Concevoir et évaluer des manuels scolaires*. De Boeck.
- Gouvernement du Québec. (2010). *L'approbation du matériel didactique*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. Direction des ressources didactiques.
- Gouvernement du Québec. (2016). *Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique*. Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.
- Gouvernement du Québec. (2017). *Bureau d'approbation du matériel didactique*. Ministère de l'Éducation et ministère de l'Enseignement supérieur. http://www1.mels.gouv.qc.ca/bamd/fr/new_second.asp?no=1
- Karsenti, T., Collin, S. et Dumouchel, G. (2012). L'envers du tableau : ce que disent les recherches de l'impact des TBI sur la réussite scolaire. *Vivre le primaire*, 25(2), 30-32.

Karsenti, T. et Bugmann, J. (dir.) (2017). *Enseigner et apprendre avec le numérique*. Presses de l'Université de Montréal.

Karsenti, T. et Fiévez, A. (2013). Les tablettes tactiles à l'école primaire : avantages, défis et recommandations pour les enseignants. *Vivre le primaire*, 26(4), 33-36.

Lajoie, C. et Thibault, M. (2017). La mise à contribution de la didactique des mathématiques dans l'enseignement et la recherche. Dans S. El Euch, A. Groleau et G. Samson (dir.), *Didactiques : bilan et perspectives* (p. 35-54). Presses de l'Université du Québec.

Lebrun, M. (2006). *Le manuel scolaire, un outil à multiples facettes*. Presses de l'Université du Québec.

Margolinas, C. et Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59-82. <https://doi.org/10.7202/038729ar>

Oldknow, A. J. et Taylor, R. (2003). *Teaching mathematics using ICT* (vol. 1). A&C Black.

Oudrhiri, M. (2016). De l'usage pédagogique du numérique dans l'enseignement des mathématiques au Maroc. *EpiNet*, 185. <https://www.epi.asso.fr/revue/articles/a1605c.htm>

Proulx, J., Lavallée-Lamarche, M.-L. et Tremblay, K.-P. (2016). Vers une conceptualisation de la moyenne comme mesure de tendance centrale. *Envol*, 167, 24-27.

Rabardel, P. (1997). Activités avec instruments et dynamique cognitive du sujet. Dans C. Moro, B. Schneuwly et M. Brossard (dir.), *Outils et signes : perspectives actuelles de la théorie de Vygotski* (p. 35-49). Peter Lang.

Reynolds, R. (2011). Trends influencing the growth of digital textbooks in US higher education. *Publishing Research Quarterly*, 27(2), 178-187. <https://doi.org/10.1007/s12109-011-9216-5>

Roussel, C., Lemieux, M. M., Landry, N. et Samson, G. (2017). L'utilisation du manuel numérique en contexte postsecondaire : avantages et inconvénients. *Sciences et technologies de l'information et de la communication pour l'éducation et la formation*, 24(3), 9-35. <https://doi.org/10.3406/stice.2017.1747>

Samson, G. et Lefebvre, S. (2012). Mettre les points sur les I et les barres sur les T : le cas du TBI. *Vivre Le Primaire*, 25(4), 32-33.

Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of speed. Dans G. Harel et G. Confrey (dir.), *The*

development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (p. 179-234). SUNY Press.

Trudel, R. et Antonius, R. (1991). *Méthodes quantitatives appliquées aux sciences humaines*. Chenelière.

Vandebrouck, F. et Robert, A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches en didactique des mathématiques* 37(2-3), 333-382.

Vermette, S. (2016). L'écart-type : au-delà de l'algorithme. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 56(1), 11-24.

Viriot-Goeldel, C., Crinon, J., Piquée, C. et Marin, B. (2016). L'usage du numérique à l'école élémentaire en France : résultats de l'étude « Lire-écrire au CP ». *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 19(3), 90-120.
<https://doi.org/10.7202/1045179ar>